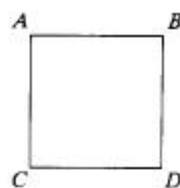


7. 有一人流浪於 A, B, C, D 四鎮間，此四鎮相鄰關係如右圖。假設每日清晨，此人決定當日夜繼續留宿該鎮，或改而前往相鄰任一鎮之機率皆為 $\frac{1}{3}$ 。若已知此人今晚夜宿 A 鎮，求後天晚上此人宿於 A, B, C, D 鎮之機率各為何？



解

		某日清晨所在地			
		A	B	C	D
當 日 夜 宿 地	A	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
	B	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
	C	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
	D	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

由上表及題意可知，推移矩陣 $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ 且 $P^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$,

因此， $P^{(1)} = AP^{(0)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ 0 \end{bmatrix}$ ， $P^{(2)} = AP^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 3 \\ \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 \\ \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 \\ \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{9} \\ \frac{2}{9} \\ \frac{2}{9} \\ \frac{2}{9} \end{bmatrix}$ ，

所以，此人後天宿於 A, B, C, D 四鎮的機率依序為

$$\frac{3}{9}, \frac{2}{9}, \frac{2}{9}, \frac{2}{9}.$$