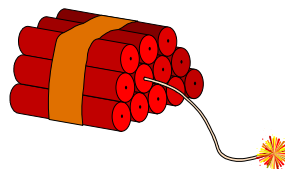


*** 練習 ***

1. 試求 $5+55+555+5555+\dots+555\dots5$ (共有 n 個 5) $= ? (\frac{5}{9} [\frac{10(10^n - 1)}{9} - n])$
2. 試求 $75+7575+757575+\dots+7575\dots75$ (共有 $2n$ 位) $= ? (\frac{75}{99} [\frac{100}{99} (10^{2n} - 1) - n])$
3. 試求 $1, 2, 3, \dots, n$ 中所有二相異數乘積的總和 $= ? (\frac{1}{24} (n-1)n(n+1)(3n+2))$
4. 試求 $1, 3, 5, \dots, n$ 中所有二相異數乘積的總和 $= ? (\frac{1}{6} (n-1)n(3n^2 - n - 1))$
5. 設 $(1+x)(1+2x)(1+3x)\dots(1+nx) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, 試求 :
 - (1) $a_0 = ? (1)$
 - (2) $a_1 = ? (\frac{n(n+1)}{2})$
 - (3) $a_2 = ? (\frac{1}{24} (n-1)n(n+1)(3n+2))$
 - (4) $a_n = ? (n!)$
6. 設 $(1+x)(2+x)(3+x)\dots(n+x) = a_0 + \dots + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$, $n \geq 2$ 試求 :
 - (1) $a_0 = ? (n!)$
 - (2) $a_{n-1} = ? (\frac{n(n+1)}{2})$
 - (3) $a_{n-2} = ? (\frac{1}{24} (n-1)n(n+1)(3n+2))$
7. 設 $(x+1)(x+4)(x+9)\dots(x+n^2) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} \dots$, $n \geq 2$ 試求 :
 - (1) $a_{n-1} = ? (\frac{n(n+1)(2n+1)}{6})$
 - (2) $a_{n-2} = ? (\frac{1}{360} (n^2 - 1)n(2n^2 - 1)(5n + 6))$
8. 設數列 $\langle a_n \rangle$, $a_1=3$, $a_{n+1} = a_n + (2n+1)$, 試求 :
 - (1) 一般項 $a_n = ? (n^2 + 2)$
 - (2) 求 $\sum_{k=1}^n a_k = ? (\frac{1}{6} n(2n^2 + 3n + 13))$
9. 設數列 $\langle a_n \rangle$, $a_1=1$, $a_{n+1} = a_n + n$, 試求 :



(1)一般項 $a_n = ? (\frac{1}{2}(n^2 - n + 2))$

(2)求 $\sum_{k=2}^n \frac{1}{a_k - 1} = ? (\frac{2(n-1)}{n})$

10. 設數列 $\langle a_n \rangle$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 3a_n + 4$, 試求 :

(1)求 $a_4 = ? (79)$

(2)一般項 $a_n = ? (3^n - 2)$



11. 設數列 $\langle a_n \rangle$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 3$, 試求 :

(1)求 $a_3 = ? (\frac{19}{4})$

(2)一般項 $a_n = ? (6 - 5 \times (\frac{1}{2})^{n-1})$

12. 設數列 $\langle a_n \rangle$, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 1}$, 試求 :

(1)求 $a_3 = ? (\frac{2}{5})$

(2)一般項 $a_n = ? (\frac{2}{2n-1})$

13. 設數列 $\langle a_n \rangle$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$, 試求 :

(1)求 $a_3 = ? (\frac{1}{5})$

(2)一般項 $a_n = ? (\frac{1}{2n-1})$

14. 設數列 $\langle a_n \rangle$, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_{n+2} + 3a_{n+1} - 4a_n = 0$, 試求 :

(1)求 $a_3 = ? (-2)$

(2)一般項 $a_n = ? (\frac{6 - (-4)^{n-1}}{5})$

15. 甲乙二人共同吃一塊麵包, 由甲先吃 $\frac{1}{3}$ 後再交給乙, 乙拿到之後吃 $\frac{2}{3}$ 後再交

給甲, 甲拿到後又吃 $\frac{1}{3}$ 後再交給乙, 如此過程一直進行(假設技術上困難可以

克服), 試問甲總共會吃掉整個麵包的幾分之幾? $(\frac{3}{7})$

